平成３０年度　入学試験問題

数　学　問 題 用 紙（前期）

試験時間	９０分
問題用紙	１～１０頁

注 意 事 項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙に落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. 携帯電話等の電子機器類は電源を必ず切り，鞄の中にしまうこと。
5. 机上には，受験票と筆記用具（鉛筆，シャープペンシル，消しゴム）および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。（耳栓，コンパス，定規等は使用できない。）
6. 問題用紙および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白は自由に用いてよい。
9. 質問，トイレ，体調不良等で用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は，問題用紙および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後，解答用紙は裏返し，問題用紙は持ち帰ること。

受験番号		氏　名	

[Ⅰ]　x の 3 次方程式 $x^3+6x^2-px-q=0$ (ただし p, q は実数の定数) が相異なる 3 つの実数解をもち，それらを適当に並べると等比数列になるという。1 つの解が 4 であるとき，他の 2 つの解と p, q の値を求めよ。解答欄には答えのみを記入せよ。

[**II**]　1から6までの番号をつけた6枚のカードから同時に3枚を取り出す。引いたカードに書かれている数字を a, b, c とする。O を原点とする xy 平面において3点 $(a, a^2), (b, b^2), (c, c^2)$ を頂点とする三角形の面積を S とするとき, 以下の各問いの答えのみを解答欄に記せ。

問1　S を a, b, c を用いて表せ。

問2　S の最大値と最小値を求めよ。

問3　S が偶数となる確率を求めよ。

[III]　次の等式を満たす $x > -1$ において定義された微分可能な関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = \log(x+1) + \int_0^x f(x-t)\sin t\,dt$$

［IV］ 複素数 z $(z \neq 0, 2)$ に対して

$$w = \frac{1}{|z|^2 - 2z}$$

とおく。複素数 w が純虚数であるときに z が動く複素数平面上の図形を C として，以下の各問いに答えよ。

問1 図形 C を複素数平面上に図示せよ。

問2 C 上の z に対して，複素数平面上の3点 $\frac{5}{6}$, z, z^2 を頂点とする三角形の面積を $S(z)$ とする。このとき，$S(z)$ の最大値と，最大値を与える z の値をそれぞれ求めよ。

[V] C は 2 点 A, B を焦点とする楕円とし，$\mathrm{AB} = 2\sqrt{3}$, C の長軸の長さが 4 であるとする。C 上の点で長軸上にない点を P とする。直線 PA が P と異なる点で C と交わる点を Q とし，直線 PB が P と異なる点で C と交わる点を R とする。また線分 AR と線分 BQ の交点を S とする。$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{PA}}$, $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{PB}}$ とし，$l = |\overrightarrow{a}|$ とおくとき, 以下の各問いに答えよ。

問 1 l の値の範囲を求めよ (答えのみでよい)。

問 2 $\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = (1+s)\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{PR}} = (1+t)\overrightarrow{b}$ を満たす実数 s, t を，l を用いて表せ。

問 3 $\overrightarrow{\mathrm{PS}} = u\overrightarrow{a} + v\overrightarrow{b}$ を満たす実数 u, v を，l を用いて表せ。

問 4 三角形 SAB の面積を T_1, 三角形 SQR の面積を T_2 とする。$8T_1 = 3T_2$ を満たす l の値を求めよ。